

FLORIN ANTOHE

MARIUS ANTONESCU

GHEORGHE IACOVIȚĂ

MATEMATICĂ

Clasa a VIII-a

TESTE. FIȘE DE LUCRU
MODELE DE TEZE

Partea a II-a



CUPRINS

FIȘE DE LUCRU	5
MODELE DE TEZE	43
TESTE FINALE	49
SOLUȚII	55

Fişe de lucru

ALGEBRĂ

FIȘA DE LUCRU NR. 1

NOȚIUNEA DE FUNCȚIE. FUNCȚII DEFINITE PE MULȚIMI FINITE

Înțelegere

Fie A și B două mulțimi nevide. O corespondență care asociază fiecărui element din mulțimea A un singur element din mulțimea B se numește funcție definită pe A cu valori în B . Mulțimea A se numește domeniul funcției, iar mulțimea B se numește codomeniul funcției.

Dacă elementului a din mulțimea A îi corespunde elementul b din mulțimea B scriem $f(a) = b$ și citim:

„Valoarea funcției f în a este b .” sau „Imaginea elementului a este b .”

Se notează G_f graficul funcției f și dacă $f(a) = b \Rightarrow A(a; b) \in G_f$.

Exemplu:

Tabelul următor prezintă primele șapte numere naturale prime și succesorii acestora.

Numărul prim	2	3	5	7	11	13	17
Succesorul	3	4	6	8	12	14	18

Tabelul descrie o funcție $f: \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17\} \rightarrow \{3; 4; 6; 8; 12; 14; 18\}$.

Putem scrie $f(2) = 3$; $f(3) = 4$; $f(5) = 6$; $f(7) = 8$; $f(11) = 12$;

$f(13) = 14$; $f(17) = 18$.

Corespondența de mai sus poate fi organizată și prin diagrama din figura 1.

Tabelul sau diagrama pot fi exprimate și prin formula $f(x) = x + 1$.

Atenție! Nu orice corespondență dintre două mulțimi A și B reprezintă o funcție în sensul definiției de mai sus.

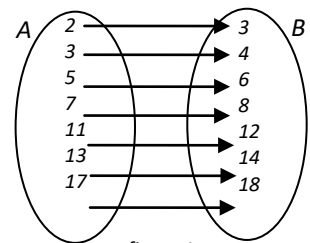


figura 1

Exersare

1. Explică de ce următoarele tabele reprezintă funcții și determină (prin observare) formula de corespondență.

a)

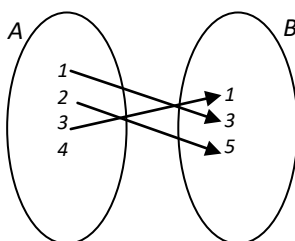
x	1	3	6	10
y	3	5	8	12

b)

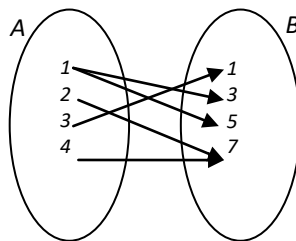
x	2	3	4	10	20
y	5	7	9	21	41

2. Explică de ce următoarele diagrame nu reprezintă funcții.

a)



b)



3. Determină codomeniul minim D al funcțiilor:

a) $f: \{1; 2; 3; 4\} \rightarrow D, f(x) = 2x - 3;$

b) $f: \{0; 2; 4\} \rightarrow D, f(x) = -x + 1;$

c) $f: \{5; 6; 7; 8\} \rightarrow D, f(x) = 3x + 3.$

4. Determină valorile funcțiilor f în fiecare dintre cazurile:

a) $f: \{1; 2\} \rightarrow \{0; 2; 4\}, f(x) = 2x;$

b) $f: \{1; 2; 3\} \rightarrow \{1; 3; 5; 7; 9\}, f(x) = 2x - 1;$

c) $f: \{1; 5; 7\} \rightarrow \{0; 2; 4; 6; 8\}, f(x) = x + 1.$

Fixare

1. Care dintre următoarele relații nu reprezintă funcții:

a) $f: \{3; 4; 5\} \rightarrow \{1; 2; 3\}, f(x) = x - 1;$

b) $f: \{0; 2; 4\} \rightarrow \{3; 9; 15\}, f(x) = 3x + 3;$

c) $f: \{2; 4; 5\} \rightarrow \{5; 11; 14\}, f(x) = 3x - 1.$

2. Determină domeniul A în fiecare dintre cazurile următoare, dacă D este codomeniul minim al funcțiilor f .

a) $f: A \rightarrow D, f(x) = x - 7$, unde $D = \{1; 3\};$

b) $f: A \rightarrow D, f(x) = 2x + 5$, unde $D = \{3; 5; 7\};$

c) $f: A \rightarrow D, f(x) = x - 2$, unde $D = \{-1; 1; 3\}.$

3. Verifică pe care dintre graficele următoarelor funcții se găsește punctul $A(1; 3)$.

a) $f_1: \{1; 2; 3\} \rightarrow \{1; 2; 3; 4; 5\}, f_1(x) = x + 2;$

b) $f_2: \{0; 2\} \rightarrow \{1; 3; 5\}, f_2(x) = 2x + 1;$

c) $f_3: \{0; 1; 2\} \rightarrow \{2; 3; 4\}, f_3(x) = -x + 4.$

4. Activitate în echipă: Determinați numărul real a , în fiecare dintre situațiile.

a) $f_1: \{1\} \rightarrow \{2\}, f_1(x) = ax;$

b) $f_2: \{a\} \rightarrow \{1; 3\}, f_2(x) = 2x + 1;$

c) $f_3: \{2\} \rightarrow \{a\}, f_3(x) = x + 4.$

Verificare

1. Reprezintă grafic următoarele funcții.

a) $f: \{1; 2\} \rightarrow \{3; 5\}, f(x) = 2x + 1;$

b) $f: \{0; 2; 3\} \rightarrow \{-1; 3; 5\}, f(x) = 2x - 1;$

c) $f: \{5; 6; 7; 8\} \rightarrow \{0; 1; 2; 3\}, f(x) = x - 5.$

2. Se consideră funcția $f: A \rightarrow B, f(x) = x + 3$, unde $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x - 1| \leq 3\}.$

a) Determină codomeniul minim B al funcției f .

b) Reprezintă grafic funcția f .

3. Se consideră funcția $f: \{1; 4\} \rightarrow B, f(x) = \frac{4}{3}x - \frac{7}{3}.$

a) Determină codomeniul minim B al funcției f .

b) Arată că punctele de pe graficul funcției f și originea sistemului de axe ortogonale sunt vârfurile unui triunghi isoscel.

c) Rezolvă ecuația $f(x) = 7$.

(AUTOEVALUARE:)

(NOTA PROFESORULUI:)

FIȘA DE LUCRU NR. 2

FUNCȚIA LINIARĂ DE GRADUL I

Înțelegere

O funcție $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, se numește funcție liniară de gradul I. Reprezentarea sa grafică într-un sistem de axe ortogonale este o dreaptă.

Dacă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, atunci $G_f \cap Ox = \{A(x; 0)\}$, unde x este soluția ecuației $f(x) = 0$.

Dacă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, atunci $G_f \cap Oy = \{B(0; y)\}$, unde $y = f(0)$.

Observație: Aceste puncte pot fi folosite pentru reprezentarea graficului funcției f .

Dacă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = cx + d$, unde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, atunci $G_f \cap G_g = \{M(x; y)\}$, unde abscisa punctului M este dată de soluția ecuației $f(x) = g(x)$, iar ordonata sa de una dintre ecuațiile $y = f(x)$ sau $y = g(x)$.

Observație: Dacă nu există o pereche $(x; y)$ care să verifice ambele ecuații, atunci $G_f \parallel G_g$.

Exersare

1. Reprezintă grafic următoarele funcții:

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$; b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 4$; c) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 6$.

2. Reprezintă grafic următoarele funcții folosindu-te de punctele de intersecție ale graficului cu axele.

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 4$; b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 6$; c) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -3x + 9$.

3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax - 6$.

a) Determină numărul real a , dacă $f(-4) = 2$.

b) Pentru $a = -2$, reprezintă grafic funcția f .

c) Pentru $a = -2$, determină aria triunghiului cuprins între axele sistemului și graficul funcției f .

d) Pentru $a = -2$, determină punctul de pe graficul funcției f care are coordonate egale.

4. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - m$.

a) Determină numărul real m , dacă punctul $N(-1; -6) \in G_f$;

b) Pentru $m = 4$, determină distanța de la originea sistemului de axe la graficul funcției f .

c) Pentru $m = 4$, determină numărul a știind că punctul $M(2a; 3a) \in G_f$.

5. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 6$.

a) Determină lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei triunghiului cuprins între axe și graficul funcției f ;

b) Determină distanța de la punctul $M(-1; 3)$ la graficul funcției f .

Fixare

1. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 6$, și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -x + a$.

a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ știind că graficele celor două funcții și axa absciselor sunt trei drepte concurente.

b) Să se afle aria figurii cuprinse între axa ordonatelor și cele două grafice.

c) Dacă $G_f \cap G_g = \{B\}$, să se afle $d(B; G_g)$.

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, cu $a > 0$, și punctul $\{A(4; 0)\} = G_f \cap Ox$. Dacă aria figurii cuprinse între graficul funcției și axele de coordonate este de $16(u^2)$ să se determine:

a) funcția f ;

b) soluția ecuației $2 \cdot f(x) - f(x - 1) = 10$;

c) coordonatele punctului de pe graficul funcției f pentru care $y = 4x$.

3. Fie funcția liniară $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, pentru care $f(3) = 5$ și $f(-2) = 0$. Să se afle:

a) aria figurii cuprinse între axe și graficul funcției f .

- b) unghiul dintre axa absciselor și graficul funcției f .
- c) punctul $M \in G_f$ pentru care abscisa este cât triplul ordonatei.
- d) aria triunghiului care are două vârfuri în punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axele și al treilea vârf punctul $N(7; 0)$.
4. Se dau funcțiile: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2ax - b$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x - 4)$.
- a) Să se determine funcțiile f și g dacă $f(1) = 2$ și $f(3) = 10$.
- b) Să se demonstreze că graficele celor două funcții sunt paralele.
- c) Să se afle aria figurii cuprinse între graficele celor două funcții și cele două axe de coordonate.
5. Se dă funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2ax + 3$, al cărei grafic conține punctul $N(1; 1)$. Să se determine:
- a) funcția f ;
- b) coordonatele punctelor A și B de intersecție ale graficului funcției f cu axele de coordonate;
- c) punctul de pe grafic pentru care $y = 2x - 15$;
- d) aria triunghiului ABC , dacă se dă punctul $C(6; 3)$.

Verificare

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x - 3) = x - f(2) + 5$.
- a) Să se determine funcția f .
- b) Să se afle coordonatele punctelor A și B de intersecție ale graficului funcției f cu axele de coordonate.
- c) Dacă se consideră punctul $C(3; 6)$, să se verifice dacă punctele A, B și C sunt coliniare.
2. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax - 2b$, și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = ax + 8$. Punctele $B(-2; 0)$ și $C(1; 6)$ aparțin graficului funcției f .
- a) Să se afle coordonatele punctelor de intersecție ale graficelor celor două funcții cu axele de coordonate.
- b) Să se arate că graficele celor două funcții sunt paralele.
- c) Să se afle aria figurii care are vârfurile în cele patru puncte de intersecție ale celor două grafice cu axele de coordonate.
- d) Să se afle lungimea distanței dintre cele două grafice.
3. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -2x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2x - 1$.
- a) Să se determine coordonatele punctului de intersecție al celor două grafice.
- b) Reprezentați grafic funcțiile în același sistem de axe ortogonale.
- c) Să se demonstreze că funcția $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = f(x) + g(x)$, este o funcție al cărei grafic coincide cu axa Ox .
- d) Să se demonstreze că $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n) + g(1) + g(2) + g(3) + \dots + g(n) = 0$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$.
4. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2ax - 3b$, și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = -2bx - 4a$. Punctele $A(0; 6)$ și $B(-3; 0)$ aparțin graficului funcției f .
- a) Să se determine cele două funcții.
- b) Să se afle aria figurii cuprinse între ordonată și graficele celor două funcții.
- c) Să se afle $d(A; G_g)$.
5. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, cu $a > 0$, și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = cx + d$, astfel încât punctul $A(4; 0)$ să fie punctul de intersecție al graficelor lor. Graficul funcției f formează cu abscisa un unghi cu măsura de 45° , iar măsura unghiului dintre graficele celor două funcții este de 15° .
- a) Să se determine cele două funcții.
- b) Să se determine punctul $M \in G_f$, știind că are coordonatele egale.
- c) Să se determine numerele raționale a și b pentru care $f(\sqrt{2}) + b - \sqrt{2} = 2a - b\sqrt{2}$.

(AUTOEVALUARE:)

(NOTA PROFESORULUI:)